**UOT 510** DOI: 10.25045/jpis.v10.i2.10

***Səmidov A.F.***
AMEA İnformasiya Texnologiyaları İnstitutu, Bakı, Azərbaycan
anar@iit.science.az

# FRAKTAL QRAFİKANIN TƏTBİQ SAHƏLƏRİ VƏ İNKİŞAF PERSPEKTİVLƏRİ

Daxil olmuşdur: 22.04.2019. Düzəliş olunmuşdur: 03.05.2019. Qəbul olunmuşdur: 28.06.2019.

*Məqalə fraktal qrafika, onun tətbiq sahələri və inkişaf perspektivlərinə həsr olunmuşdur. Fraktal qrafikaya həyatımızın hər sahəsində rast gəlinir. Belə ki, təbiətin hər bir qarışıq hissəsindəki qanunauyğunluq fraktaldan xəbər verir. Məqalədə fraktal qrafikanın tətbiq sahələri haqqında araşdırma aparılmış və imkanları analiz olunmuşdur.*

***Açar sözlər*: *fraktal, fraktal qrafika, fraktal həndəsə.***

## Giriş

Elmdə ən möhtəşəm kəşflər insan həyatını radikal şəkildə dəyişdirə bilər. Belə ki, peyvəndin ixtirası milyonlarla insanın həyatını xilas etdi, lakin silahın yaranması, əksinə bu həyatı sonlandırdı. Elektrik enerjisi əldə olunduqdan sonra elektriklə idarə olunan əlverişli qurğular olmadan həyatı təsəvvür edə bilmərik. Elə tapıntılar da var ki, onların həyatımıza təsir etməsinə baxmayaraq, insanlar ona az əhəmiyyət verirlər. Belə bir kəşflərdən biri fraktaldır.

Təbii ki, hər bir insanda dünyanı, ətraf mühiti tanıma marağı, arzusu var. O, ətrafında baş verən prosesləri təhlil edərək, baş verənlərin məntiqini tapmaq və bəzi qanunauyğunluqları dərk etmək istəyir. Bu baxımdan, elm adamları hər zaman, xaosda belə qanunauyğunluqlar axtarırlar. Bu o deməkdir ki, hətta xaosda da hadisələr arasında əlaqə tapmaq olar. Bu əlaqəyə fraktal deyilir [1].

Yaxın vaxtlaradək müxtəlif təbiət konstruksiyalarının həndəsi modelləri ənənəvi olaraq sadə həndəsi fiqurlarla, məsələn, düz xətt, çoxbucaqlı, dairə, sfera və s. ilə qurulurdu. Amma elementar strukturun təsvirində istifadə olunan ənənəvi üsulun daha mürəkkəb strukturlu obyektlər, məs., sahilboyu xətlərin çəkilməsi, suların burulma selində sürət sahəsinin, havada ildırımın boşalmasının təyini, məsaməli materialların, bulud, qar dənəcikləri, tonqalın alovu, insanın qan-damar sistemi, membranın damalı səthinin ölçülməsi üçün çox da yaxşı nəticə vermədiyini demək olar. Son illər bu tip ölçmə üçün alimlər yeni həndəsi terminlərdən istifadə edirlər. Bunlardan biri də həndəsənin ənənəvi üsullarını dəyişən fraktal anlayışıdır. Fraktalların zahirən gözəl görünüşü bu sahənin daha çox öyrənilməsinə təsir edən arqumentdir [2].

Elmin fraktallar haqqında əldə etdiyi yüksək nəticələr müasir kompüterin tətbiqi ilə hesablama riyaziyyatının köməyilə aparılmışdır. “Kompüter eksperimentləri” müxtəlif fraktal strukturlar və onların yaranma səbəbləri haqqında tam təsəvvür əldə etməyə imkan verir. Çox vaxt bu strukturların nəzəri modelləşdirilməsi real təbiət obyektlərinin mürəkkəb formalarını öyrənən eksperimental üsullardan önə keçir. Hal-hazırda müqayisəli sadə alqoritmlərin köməyilə fantastik landşaft və formaların üçölçülü təsvirini yaratmaq mümkündür. Digər tərəfdən, fraktalların süni təsviri təbii formalarla seçilməyəcək dərəcədə oxşardır.

Bu gün “fraktal qrafika” çox sürətlə yayılan kompüter qrafikası istiqamətlərindən biridir və çox da perspektivli hesab olunur. Fraktal qrafikanın riyazi əsası fraktal həndəsədən götürülüb. Burada əsas şərt vərəsəlik prinsipi üzərində qurulub, “valideynlərin” həndəsi xassələri obyektlərə irsən ötürülür.

## Fraktalların tarixi

Fraktal həndəsənin tarixi K.Veyerştrass, G.Kantor, Xausdorf, A.S.Bezikoviç, H.Kox, V.Serpinski və digər məşhur riyazıyyatçıların adı ilə sıx bağlıdır. Belə ki, ilk dəfə Veyerştrass heç bir nöqtədə differensiallanmayan funksiya ilə maraqlanmışdır [8]. Hausdorf 1919-cu ildə çoxluqların “fraksiya” ölçüsü anlayışından istifadə etmişdir və onlara aid ilkin nümunələr göstərmişdir [9]. Onların arasında riyazıyyatdan kənarda az tanınan Kantor çoxluğu, Kox əyrisi və digər ekzotik obyektləri də göstərmək olar.

XX əsrin əvvəllərində kompleks səthlər üzərində rasional inikaslar nəzəriyyəsi ilə məşğul olan P.Fatu və Q.Julia kimi fransız riyaziyyatçılar fraktal həndəsənin inkişafına öz töhfələrini vermişlər [6]. Onların artıq yadından çıxmış bu araşdırmalar 1980-ci illərin əvvəllərində gözlənilmədən inkişaf etməyə başladı. Bu o zaman baş verdi ki, riyaziyyatçılar kompüterlərin köməyilə bu cür təsvirlərin nümunələrini göstərən şəkilləri əldə edə bildilər. Bunu “fraktal həndəsə erası” adlandırmaq olar.

Fraktal sözü latın dilindən “fractus” sözündən götürülüb, “fraqmentlərdən ibarət olan” kimi tərcümə olunur. Bu ifadə riyaziyyat elminə 1975-ci ildə Benua Mandelbrot tərəfindən daxil edilib. Fraktalın əsas xüsusiyyəti özünəoxşarlıqdır. Sadə sözlə, fraktalın kiçik bir hissəsi bütün fraktal haqqında böyük informasiya verir. Obyekti onun böyüdülməsi zamanı bir-birinə oxşar olduğu üçün özünü təkrar edən adlandırırlar.

Fraktal qrafika vektorlar kimi hesablanır. Onun əsas fərqi ondadır ki, tənlik, hissənin və ya tamın tənliyi kimi təsvir olunur. Bununla əlaqədar olaraq kompüterin yaddaşında böyük qrafik informasiya deyil, sadə riyazi düstur saxlanılır. Bu da öz növbəsində qrafikanın işini sadələşdirir və çox çətin struktur və formaların üzərində işləməyi mümkün edir. Tənliyin müəyyən əmsallarını dəyişərək tamamilə başqa təsvir almaq mümkündür. Belə ki, bir çox kompüter rəssamları və dizaynerlər fraktal qrafikanın imkanlarından geniş istifadə edirlər.

Kompüter qrafikası ilə məşğul olan insan üçün fraktal həndəsənin rolu çox vacibdir, süni bulud, dağ və ya dənizin ritmik üst hissəsini canlandırmaq üçün bu əvəzsizdir. Fraktal qrafika sayəsində təbiətdəki çətin identifikasiya olunan obyektləri realizə etmək mümkün olmuşdur.

Qeyd etmək lazımdır ki, fraktal qrafika ilə yanaşı “fraktal animasiya” və “fraktal musiqi” də mövcuddur. Mandelbrotun səyi nəticəsində fraktal həndəsə tətbiqi elmə çevrildi. Mandelbrot 1919-cu ildə Hausdorf tərəfindən təklif olunmuş fraktal ölçü nəzəriyyəsinə əsaslanaraq, elmi leksikona “fraktal” terminini daxil etdi. O, fraktal həndəsə haqqındakı ilk kitabına qədər təbiətdə bədheybətlərin və s. bu kimi patologiyaların yaranmasının tədqiqi ilə məşğul idi. O, mənasız hesab olunan və pis ad qazanmış Kantor çoxluqları, Peano əyriləri, Veyerştrass funksiyaları və onların müxtəlif növləri üçün bir mühit tapdı. O, tələbələri ilə birlikdə ürək ritmləri, çayın axma dərəcəsinin, meşə və dağ landşaftı üçün modelləşmənin fraktal Broun hərəkəti kimi yeni fraktalları yaratdı.

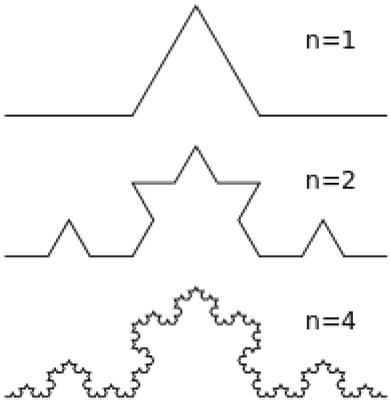
1828-ci ildə Robert Braunun, 1905-ci ildə Albert Eynşteynin məşğul olduqları Braun hərəkətinin tezliyinin trayektoriyası özlüyündə fraktal əyrini təmsil edir. Bu prosesin riyazi təsvirini 1923-cü ildə Norbert Viner vermişdi [10].

Ən sadə fraktallardan biri (Şəkil 1) 1883-cü ildə alman riyaziyyatçısı Corc Kantor tərəfindən təsvir edilmişdir [4]. Asanlıqla yoxlamaq olar ki, Kantor çoxluğu qurularkən kəsilib atılan xətlərin uzunluqları cəmi 1-ə və nəticədə alınmış fraktal çoxluğun ölçüsü 0-a bərabərdir;

$$L = 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} - \frac{4}{27} - \ldots = 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1-2/3}\right) = 0$$

Şəkil 1. Kantor çoxluqları

İlk fraktalların müəlliflərindən biri də İsveç riyaziyyatçısı Koxdur. “Koxun qar dənəciyi” (Şəkil 2) ən erkən fraktal əyrilərindən biri kimi tanınır. Kox əyrisi riyazi baxımdan sonsuzdur [5].




Şəkil 2. Kox əyrisi

Növbəti məsələ hələ I dünya müharibəsi zamanı gənc riyaziyyatçı Qaston Julia tərəfindən qoyulmuşdur [6].

Sadə bir rasional funksiyanın düsturunu götürüb hər dəfə yeni ədəd verərək prosesi dəfələrlə təkrarlayırlar. Əsas məsələ odur ki, çoxlu sayda əməliyyat apardıqdan sonra nə alınacaq?

$$y = x^2 + 1$$

Bütün bu ardıcıllıqlara “Julia ardıcıllığı” deyilir.

Mandelbrotun *IBM* şirkətində də işləməsi ona imkan verirdi ki, vaxtı ikən Julianın edə bilmədiklərini etsin. Kompüterin köməyi ilə çoxlu sayda əməliyyatlar apararaq çoxlu ədədlər aldı. Daha sonra bu ədədləri bir yerə yığaraq sxemə köçürdü və heyrətamiz şəkillər əldə etdi. Mandelbrot 1980-ci ildə Julia ardıcıllığının bütün parametrlərini bir təsvirdə əks etdirən düsturu verdi:

$$f(z) = z^2 + c$$

Mandelbrot kompüter qrafikasından istifadə edərək müxtəlif ədədlər verərək Julia coxluğunun necə dəyişdiyini gördü və beləcə Mandelbrot çoxluqlarını yaratdı. Bu təsvirlərin özəlliyi ondadır ki, onun istənilən hissəsini böyütsək o, formasını dəyişmir.

Fraktallar dizayner və rəssamların çox xoşuna gəldi və öz işlərində geniş istifadə etməyə başladılar. Riyaziyyatçılar isə fraktalı çox soyuq qarşıladılar. Onun çox gözəl olduğunu desələr də, tətbiqinə şübhə ilə yanaşdılar və riyaziyyatda heç bir rol oynamadığını bildirdilər. Mandelbrot buna cavab olaraq “Təbiətin fraktal həndəsəsi” adlı kitabını yazdı. Klassik riyaziyyat bizim yaratdığımız aləmi izah etmək üçün ideal seçimdir. Ortaya belə bir sual çıxır ki, bəs düz xəttlər, kvadrat, üçbucaq formalar və s. təbiətin yaratdığı formaları təsvir edə bilərmi? - Buna cavab olaraq Mandelbrot təsdiq etdi ki, fraktal adi qaydada ölçülə bilinməyən təbiətdə olan bütün obyektləri ölçə bilər.

**Fraktalların təsnifatı**

Fraktalların bütün çevirmələrini (növlərini) təsvir etmək üçün onları siniflərə ayırmaq lazımdır:

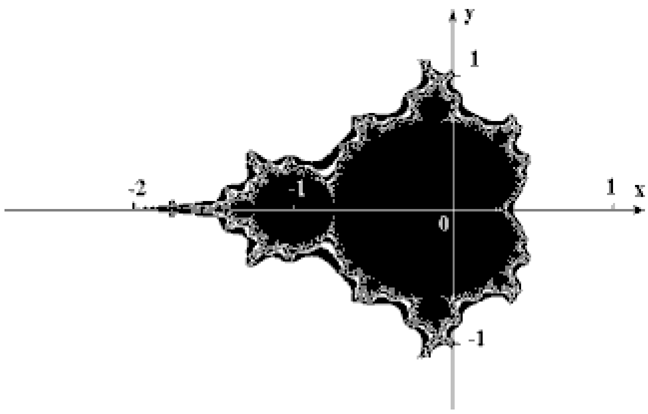
- həndəsi fraktallar;
- ədədi fraktallar;
- stoxastik fraktallar.

Bu fraktalları daha ətraflı şərh edək:

***Həndəsi fraktallar***. Həndəsi fraktallar sinfindən olanlar ən çox rast gəlinəndir. İkiölçülü vəziyyətdə, onlar qırıq xətlərin köməyi ilə əldə edilir (Şəkil 2). Alqoritm bir addımda sınıq xətti təşkil edən parçaların hər birini müvafiq miqyasda əvəzləyir. Bu prosedurun sonsuz təkrarlanması nəticəsində bir həndəsi fraktal əldə edilir [7].

***Ədədi fraktallar.*** Ədədi fraktal ən böyük fraktal qrupudur. Onlar *n*-ölçülü fəzada qeyri-xətti proseslər vasitəsilə əldə edilir. Ən çox tədqiq edilən ikiölçülü proseslərdir. Onlar adını cəbri düsturlar əsasında alıb. Cəbri fraktalları əldə etmək üçün bir neçə üsul var. Üsullardan biri $Z_{n+1} = f(Z_n)$ funksiyasının davamlı hesablanmasıdır, burada Z kompleks ədəddir, f isə hər hansı bir funksiyadır. Bu funksiyanın hesablanması müəyyən bir şərtə qədər davam edir [7].

Bu növ fraktallara Mandelbrot çoxluqları deyilir (Şəkil 3).




Şəkil 4. Mandelbrot çoxluqları

***Stoxastik fraktallar.*** Növbəti fraktallar sinfi isə təkrarlanan prosesdə onun hər hansı bir parametrini təsadüfən dəyişməsi zamanı yaranan stoxastik fraktallardır. Eyni zamanda, yaranan obyektlər təbiətdə olanlara çox oxşardır: asimmetrik ağaclar, sahil boyu əyri xətləri və s. Dənizin səthinin və ərazinin modelləşdirilməsində ikiölçülü stoxastik fraktallar istifadə olunur.

Fraktalların digər təsnifatları da vardır, məsələn: determinik (cəbr və həndəsi) və qeyri-determinik (stoxastik) fraktallar [7].

## Fraktallar təbiətdə və həyatda

Fraktal strukturlara təbiətdə bir çox hallarda rast gəlmək mümkündür. Fraktal surətlər təbiətdə sərt səthlərdə yığıntıların və çatların (çuxurların) tədqiqi, elektrik halqaların, zərrəciklərin aqreqasiyası, kristalların ölçüsü və s. kimi rast gəlinən qeyri-xətti dinamik təsvirlər üçün istifadə olunur.

Fraktal həndəsə radiasiyanın məsaməli səthlərdə udulması və yayılması, sərt cisimlərin xüsusiyyətlərinin modelləşdirilməsi, ildırımın təsviri, materialların dağılma prosesinin analizi kimi mürəkkəb prosesləri modelləşdirməyə imkan yaratmışdır.

Fraktallar təkcə ağacların böyüməsinin modelləşdirilməsi üçün deyil, həm də tənəffüs sisteminə müsbət təsirinin, böyrəklərin işləməsi, qan dövranı sistemi və s. öyrənilməsi üçün istifadə edilmişdir. Adətən, siz hər hansı bir səthə baxdıqda onun bütün mürəkkəbliyini görürsünüz və o sizə riyazi obyekt kimi görünür. Əslində vacib deyil, siz nə görürsünüz, əsas odur ki, gördüyünüzü necə əldə edə bilərsiniz? – Bütün bunları sonsuz sayda təkrarlamaqla əldə etmək olar. Bu təkrarlamalar bizi fraktalın ən vacib xarakterinə gətirib çıxarır. Əsas ideya ondan ibarətdir ki, siz obyekti özünüzə yaxınlaşdırdıqda o öz formasını saxlayır. Fraktal bütünlüklə özünün bir hissəsində olduğu kimi görünür. Bu hissələr istənilən miqyasda öz görünüşünü saxlayır. Buna misal olaraq ağacı göstərmək olar.

Ağaca baxsaq görərik ki, ölçüsündən fərqli olmayaraq budaqlar biri-birinə oxşayır. Əgər biz ağaca bütövlükdə baxsaq görərik ki, hətta yarpaqlarda da eyni struktur təkrarlanır. Bundan başqa, bir yarpağın nə qədər karbondioksid qazı (qəbul etdiyinə) udduğuna fraktal tətbiq edərək baxsaq, o zaman nəinki bir ağacın, hətta bütövlükdə, meşənin udduğu karbondioksid qazının ölçüsünü tapa bilərik.

Bütün elmlər və eləcə də, bütün riyaziyyatçılar üçün ən vacib düz müstəvidir, fraktal isə onlara əyri səthləri ölçməyə imkan yaratdı.

İnsanlar riyaziyyatdan istifadə edərək, əsasən, düz xətli, düz bucaqlı həndəsi ilə fiqurlardan ibarət tikililər tikirdilər. Klassik riyaziyyat bizim yaşadığımız, özümüzün yaratdığımız aləmə uyğundur. Təbiət hadisələri bizə qədər yaranan ağaclar və digər bitkilər, buludlar bütün bunlar bizim bildiyimiz riyaziyyatın kənarında qalırdı.

Mandelbrot 1970-ci ildə təklif etdiyi özünün yeni fraktal həndəsəsi bütün bu baxışları dəyişdi. Bəs bütün bunlar hər zaman bizim əhatəmizdə olubsa, niyə biz əvvəllər bunu hiss etməmişik?

Əslində, insanlar anlayırdılar ki, dünyada özünü təkrarlayan obyektlər çoxdur. Məsələn; 19-cu əsrin məşhur yapon sənətkarı Hokusai Katsushika öz əsərlərində fraktaldan çox geniş istifadə etmişdir. Əgər onun əsəsrlərinə diqqətlə baxsaq fraktal olduğunu görərik [11].

**Nəticə**

Mandelbrotun nəzəriyyəsinə əsaslanaraq demək olar ki, təbii obyektlərin böyük əksəriyyətində, eləcə də böyük sənət əsərlərində qeyri-sabit və əyri xətlərin hər yerdə bizi əhatə etməsini aydın şəkildə sübut edən faktlar var. Belə demək olarsa: fraktal kainatın genetik kodudur.

Fraktallar elmi hələ çox gəncdir və böyük bir gələcəyi vardır. Riyaziyyat elmi qarşısında açılan bu yeni sahə mürəkkəb və dəyişkəndir. Fraktallar astrofiziklərin, həkimlərin, geoloqların əvəzolunmaz köməkçiləri hesab olunur. Fraktal təsvirlər əsasında hazırlanan modellər, canlı orqanizmlərin daxili orqanlarının toxumalarının və eləcə də, kosmik fəzanın böyük dəqiqliklə modelləşdirilməsinə imkan verir.

Fraktallara internetdə minlərlə nəşr və böyük resurslar həsr olunmuşdur, lakin kompüter elmindən uzaq olan bir çox mütəxəssis üçün bu termin tamamilə yenidir.

**Ədəbiyyat**


1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, 656 с.
2. Колесников А. Визуализация фрактальных структур, Компьютерные вести, 29 апреля, 1999, с.8-15.
3. Федер Е. Фракталы: Пер. с англ., М.: Мир, 1991, 254 с.
4. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 160 с.
5. Колесников А. Как построить Снежинку Коха // Компьютерные вести, 7 декабря 2000, с.22-30.
6. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. Москва: Постмаркет, 2000, 352 с.
7. Рыбалко С.В., Холодная З.Б. Классификация фракталов по типам фрактальных структур и областям их применения. Системи обробки інформації, 2003, випуск 5, с.61-71.
8. Синкевич Г.И. 200-летие Карла Вейерштрасса // Математика в высшем образовании, 2015, №1, с. 143-165.
9. Потапов А.А., Ильин Е.М., Чигин Е.П. Размерные и топологические эффекты при фрактально-скейлинговом обнаружении и обработке многомерных сигналов // Вестник СибГУТИ, 2015, № 2.
10. Трошин П.И. Моделирование фракталов в среде maxima, Казанский федеральный университет, Часть I, 67 с.
11. Воронова Б. Г. Кацусика Хокусай, Графика, Москва, Искусство, 1975, 103 с.

**УДК 510**

**Анар Самидов Ф.**
Институт Информационных Технологий НАНА, Баку, Азербайджан
anar@iit.science.az

**Фрактальная графика: области применения и перспективы развития**

Статья посвящена фрактальной графике, областям ее применения и перспективам развития. Фрактальная графика встречается повсюду в нашей жизни. Регулярность (закономерность) в каждой из смешанных частей природы говорит о фрактале. В статье изучено применение фрактальной графики и исследованы ее возможности.

***Ключевые слова:*** *фрактал, фрактальная графика, фрактальная геометрия.*

**Anar F.Samidov**
Institute of Information Technology of ANAS, Baku, Azerbaijan
anar@iit.science.az

**Fractal graphics: application areas and development prospects**

The article is dedicated to the fractal graphics, its application areas and development prospects. The fractal graphics is encountered in any area of life. Thus, each law of the nature is the proof of the fractal. The application areas of the fractal graphics are explored and its perspectives are analyzed in the article.

***Keywords:*** *fractal, fractal graphics, fractal geometry.*